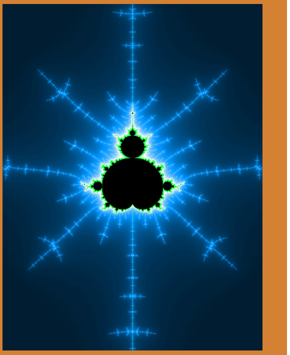
Les Fractales

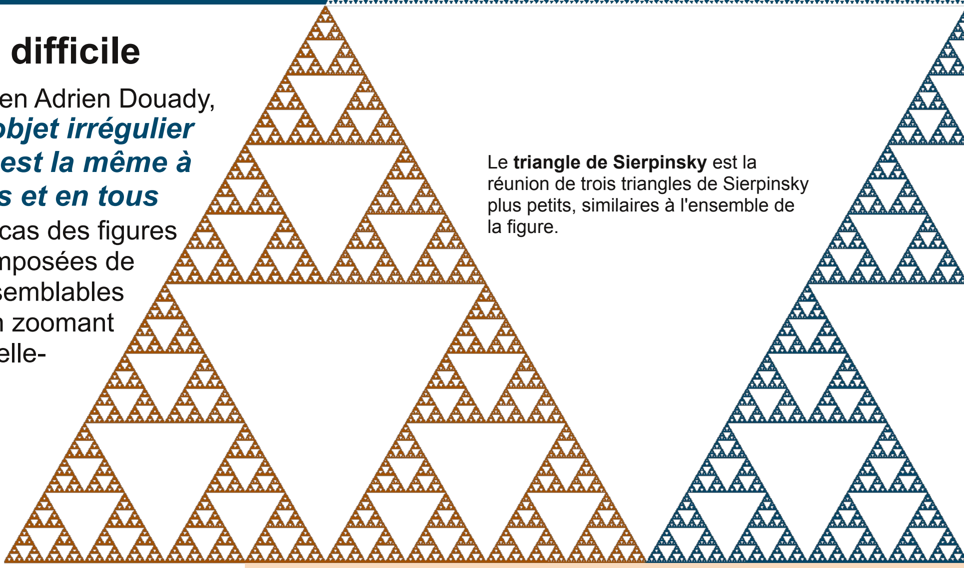
Curiosités géométriques depuis très longtemps, il faut attendre les années 1970 pour que le mathématicien **Benoît Mandelbrot** les désigne par le mot «fractales». Elles sont devenues aujourd'hui un outil puissant pour analyser des phénomènes naturels ou géométriques complexes.

Ci-dessus : Benoît Mandelbrot (1924–2010), l'inventeur du terme «fractale».
Ci-dessous : l'ensemble fractal de Mandelbrot, lié à une famille de transformations du plan complexe.



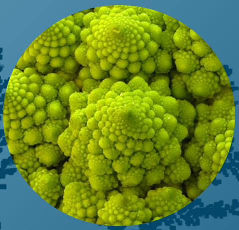
Une définition difficile

Selon le mathématicien Adrien Douady, une fractale est ***un objet irrégulier dont l'irrégularité est la même à toutes les échelles et en tous les points***. C'est le cas des figures **auto-similaires** : composées de plusieurs morceaux semblables à la figure entière. En zoomant on retrouve la figure elle-même.

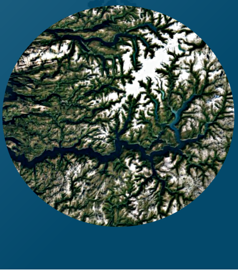


Le **triangle de Sierpinsky** est la réunion de trois triangles de Sierpinsky plus petits, similaires à l'ensemble de la figure.

Des fractales dans la nature



Notre environnement regorge de formes fractales. On trouve des exemples aussi bien dans le monde végétal (fougères, chou romanesco...) qu'animal (éponges, coraux, alvéoles pulmonaires, vaisseaux sanguins...) ou encore minéral (pierre ponce, cristaux, réseaux de rivières, côtes de Bretagne, montagnes...).



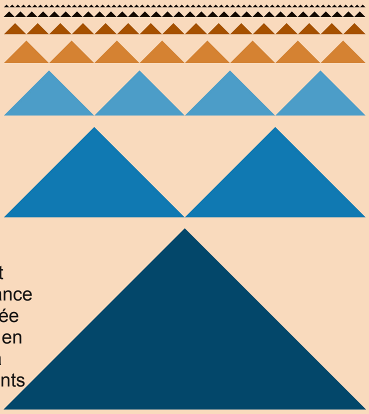
Références

Les fractales – Art, nature et modélisation. Tangente hors série n° 18.

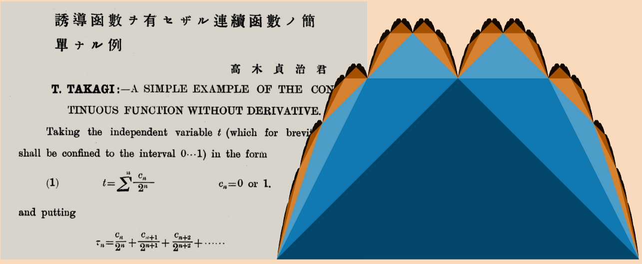
B. Mandelbrot. *Les objets fractals – Forme, hasard et dimension*. Flammarion.

DES MONSTRES MATHÉMATIQUES

Les premières fractales connues étaient des courbes aux propriétés si inhabituelles que les mathématiciens les qualifiaient de «monstres». Beaucoup sont des exemples de fonctions continues mais qui ne sont dérivables en aucun point.



La **courbe du Blanc-manger** est nommée ainsi pour sa ressemblance avec un pudding. Elle a été étudiée par le mathématicien Teiji Takagi en 1903. On peut l'obtenir comme la somme infinie de fonctions en dents de scie.



誘導函數ヲ有セザル連續函數ノ簡單ナル例

高 木 貞 治 君

T. TAKAGI:—A SIMPLE EXAMPLE OF THE CON TINUOUS FUNCTION WITHOUT DERIVATIVE.

Taking the independent variable t (which for brevi shall be confined to the interval 0…1) in the form

$$(1)\qquad t=\sum^{n}\frac{c_n}{2^n}\qquad c_n=0 \text{ or } 1.$$

and putting

$$\tau_n=\frac{c_n}{2^n}+\frac{c_{n+1}}{2^{n+1}}+\frac{c_{n+2}}{2^{n+2}}+\cdots\cdots$$

contact : sorciersdesalem@univ-rouen.fr