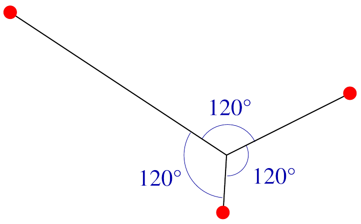
Bulles de savants

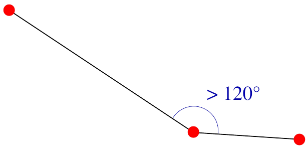
Du chemin le plus court aux surfaces minimales

Le chemin le plus court d'un point à... deux autres

La route la plus courte reliant deux villes est la ligne droite. Mais connecter trois villes ou plus de la façon la plus économique est une question beaucoup plus difficile, appelée **problème de Steiner**.

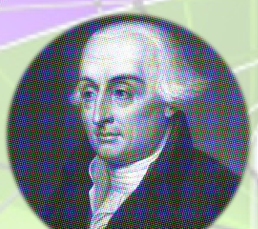


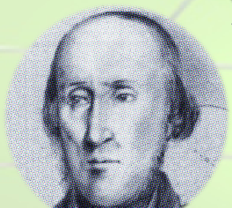
Le plus court réseau routier reliant trois villes comporte en général un carrefour, l'angle entre deux routes menant à ce carrefour mesurant toujours 120°. Si le triangle formé par les trois villes comporte un angle de plus de 120°, un tel carrefour n'existe pas, et la meilleure solution est de tracer deux segments de droites.

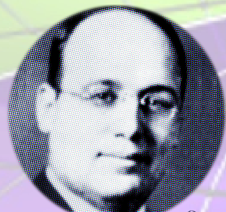



Leonhard Euler (1707-1783)


Jakob Steiner (1796-1863)


Joseph Louis Lagrange (1736-1813)


Joseph Plateau (1801-1883)


Jesse Douglas (1897-1965)

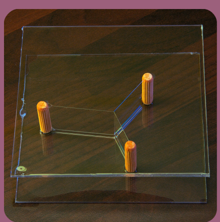
Le problème de Plateau

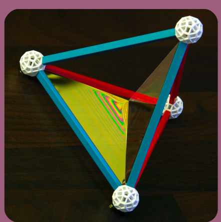
Dès 1760, le mathématicien **Joseph-Louis Lagrange** s'intéresse au problème analogue en dimension 3 : décrire la **surface d'aire minimale** s'appuyant sur un contour donné.

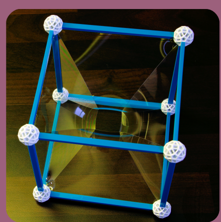
Bien que quelques cas particuliers aient été résolus mathématiquement, il fallut attendre les travaux de **Jesse Douglas** sur le *problème de Plateau* pour apporter une solution théorique. Douglas reçut en 1936 la prestigieuse médaille Fields, décernée alors pour la première fois.

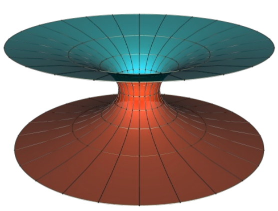
Des bulles d'aire minimale

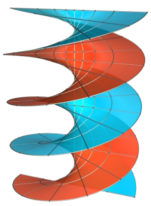
Le physicien **Joseph Plateau**, dont le nom est désormais associé au problème posé par Lagrange, y apporta une réponse expérimentale en plongeant des structures en fil de fer dans l'eau savonneuse. En effet, la tension superficielle confère au film de savon une certaine élasticité, qui explique sa tendance naturelle à occuper la surface la plus réduite possible.

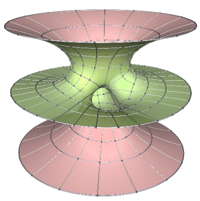












Les **surfaces minimales** sont caractérisées par le fait que leur aire augmente toujours lorsqu'on les déforme un peu. Si la **caténoïde** (à gauche) et l'**hélicoïde** (au centre) ont été respectivement découvertes par **Léonhard Euler** en 1752 et **Jean-Baptiste Meusnier** en 1776, il fallut attendre l'avènement de l'ordinateur à la fin du XXe siècle pour découvrir et visualiser de multiples exemples beaucoup plus complexes, telle la **surface de Costa** (à droite).

La beauté des surfaces minimales inspire aussi des architectes, comme Frei Otto pour le stade olympique de Munich. Ces surfaces nécessitent une moindre quantité de matériaux, mais sont cependant difficiles à construire et à calculer.

Références

Minimal Surface Archive
http://www.indiana.edu/~minimal/archive/

Mathématiques et Formes Optimales
S. Hilfrbrandt et A. Tromba. Pour la Science, Belin, 1986.

Des formes optimales
Gaël Octavia, Tangente 106, 2005.

LMRS Laboratoire de Mathématiques Raphaël Salem
UNIVERSITÉ DE ROUEN
cnrs dépasser les frontières

Contact : maths_pour_tous@univ-rouen.fr