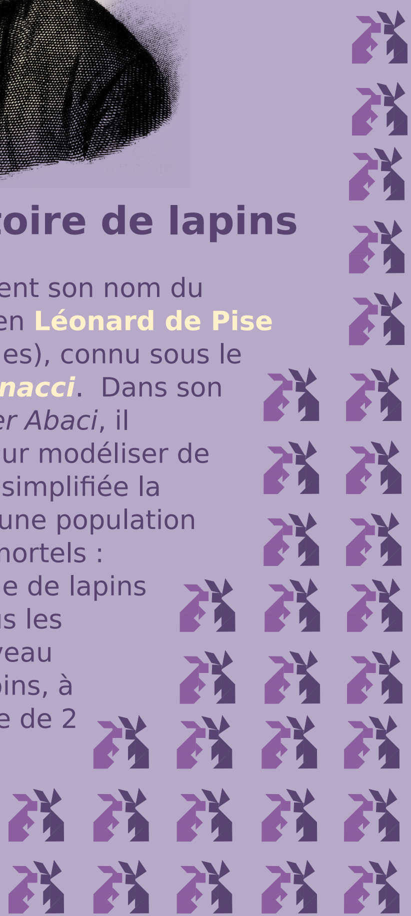
Magie des nombres de Fibonacci

La suite des nombres de Fibonacci commence par 1,1,2,3, puis chaque nouveau nombre est la somme des deux précédents.
Intimement liée au nombre d'or, elle a de fascinantes propriétés mathématiques et intervient encore aujourd'hui dans de nombreuses recherches.

$$F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$$

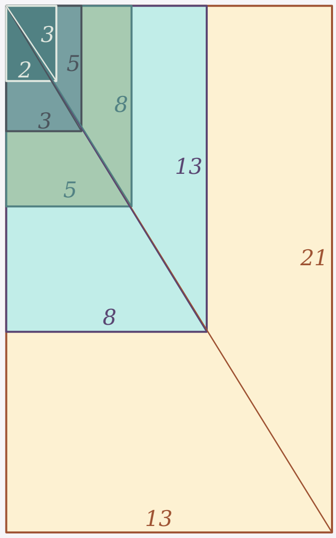
Une histoire de lapins

Cette suite tient son nom du mathématicien **Léonard de Pise** (XII-XIIIe siècles), connu sous le nom de ***Fibonacci***. Dans son ouvrage *Liber Abaci*, il l'introduit pour modéliser de manière très simplifiée la croissance d'une population de lapins immortels : chaque couple de lapins engendre tous les mois un nouveau couple de lapins, à partir de l'âge de 2 mois, et ce indéfiniment.



Un rapport en or

13



$$\frac{3}{2} = 1,5$$

$$\frac{5}{3} = 1,666\ldots$$

$$\frac{8}{5} = 1,6$$

$$\frac{13}{8} = 1,625$$

$$\frac{21}{13} = 1,615\ldots$$

Le quotient de deux termes consécutifs de la suite de Fibonacci se rapproche du **nombre d'or** $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618\ldots$

3

2

1

1

La formule de Binet

Elle permet de calculer directement n'importe quel terme de la suite à partir de puissances du nombre d'or.

$$F_n = \frac{\varphi^n - (-\varphi)^{-n}}{\sqrt{5}}$$

5

Combinatoire des escaliers

De combien de façons différentes peut-on monter un escalier en faisant des pas de 1 ou 2 marches ? Pour 3 marches il y a 3 façons, pour 4 marches, 5 façons.
Pour un escalier de *n* marches, le nombre de possibilités est le (*n*+1)-ième nombre de Fibonacci.

8

Laboratoire de Mathématiques Raphaël Salem

contact : SorciersDeSalem@univ-rouen.fr