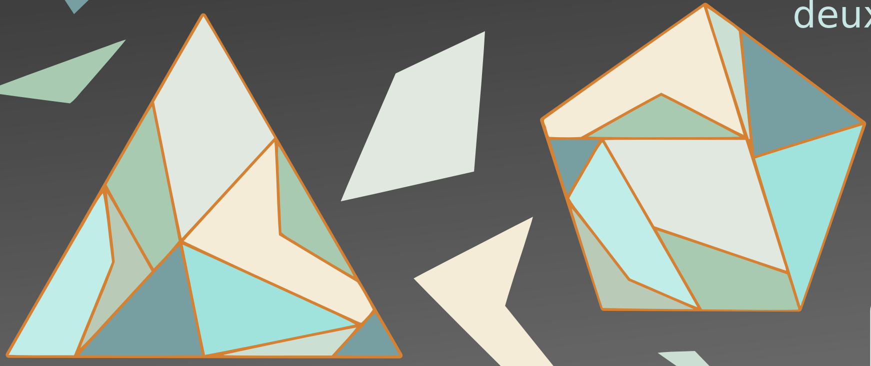
Problèmes de dissection : la géométrie façon PUZZLE

Étant données deux figures géométriques, est-il possible de découper la première en plusieurs morceaux et de les réassembler pour reconstituer la deuxième ?



Polygones dans le plan : le théorème de Wallace-Bolyai-Gerwien

Deux polygones de même aire sont toujours **équidécomposables** : on peut passer du premier au second par un découpage en plus petits polygones et un réarrangement des morceaux.

Quelques références pour en savoir plus

Nombreux exemples de dissections de polygones sur le site de Gavin Théobald : www.gavin-theobald.uk

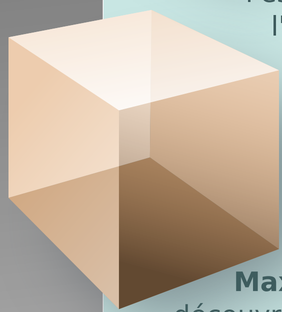
Deux (deux ?) minutes pour... le IIIe problème de Hilbert, une vidéo par El Jj www.youtube.com/watch?v=VRAJNLPAiEY

The Dehn's invariant, sur Numberphile (en anglais) www.youtube.com/watch?v=eYfpSAxGakI

Deux (deux !) minutes pour le théorème de Banach-Tarski, une autre vidéo par El Jj www.youtube.com/watch?v=WO5uWMR44VU

L'impossible puzzle 3D

David Hilbert (1862-1943) et Max Dehn (1878-1952)

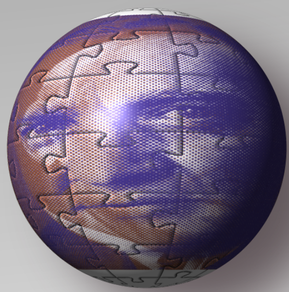


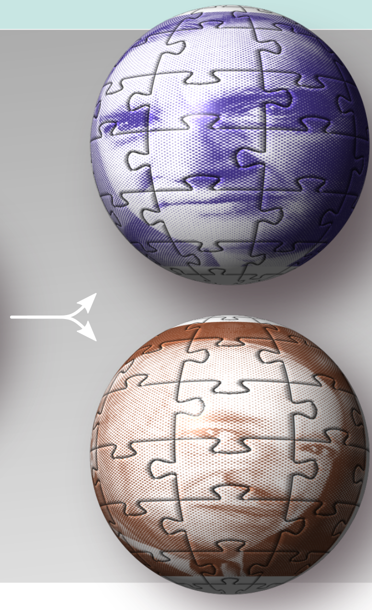
La question analogue dans l'espace à 3 dimensions faisait l'objet du troisième problème posé par **David Hilbert** en 1900. Peut-on par exemple diviser un tétraèdre régulier en plus petits polyèdres, avec lesquels on pourrait reconstituer un cube ?

Max Dehn, un élève de Hilbert, découvrit un invariant algébrique qui prouve qu'*un tel découpage est impossible*.

Le miraculeux dédoublement de Banach-Tarski

Le résultat de dissection le plus surprenant a été démontré en 1924 par **Stefan Banach** et **Alfred Tarski** : il est possible de « découper » *une* boule pleine en un nombre fini de parties, et de réarranger ces morceaux pour reconstituer *deux* boules pleines, chacune *de même taille que la première* !
Mais cette possibilité mathématique n'est pas réalisable en pratique. Les morceaux ne peuvent pas être décrits explicitement, et leur géométrie est tellement complexe qu'il n'est pas possible de donner un sens à la mesure de leur volume.





LMRS Laboratoire de Mathématiques Raphaël Salem

UNIVERSITÉ DE ROUEN NORMANDIE

cnrs

contact : SorciersDeSalem@univ-rouen.fr