

La cycloïde

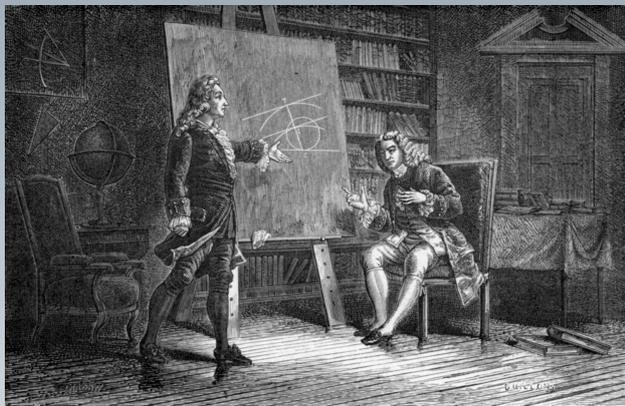
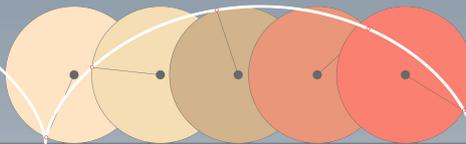
A ○ Le toboggan le plus rapide du monde !

Quelle est la forme du toboggan reliant A à B qui permettra à une bille lâchée du point A d'atteindre B dans le temps le plus court ?

La **cycloïde** est la courbe parcourue par un point fixé sur un cercle qui roule sans glisser le long d'une droite. Cette description explique le nom de **roulette** donné à cette courbe par Blaise Pascal.

Jakob Bernoulli a résolu l'énigme posée par son frère Johann en 1696 : si B n'est pas à la verticale de A, la réponse n'est pas la ligne droite, mais la portion de cycloïde renversée qui démarre verticalement en A et passe par B.

Pour cette raison, la cycloïde est appelée aussi la **brachistochrone** (du grec *brachistos*, le plus bref, et *chronos*, le temps).



Johann et Jakob Bernoulli travaillant sur des problèmes de mathématiques

Si l'il n'y a pas de frottement, une bille qui roule sur une cycloïde retournée mettra le même temps à atteindre le fond de l'arche, quel que soit l'endroit d'où elle est lâchée !



Cette propriété surprenante fut découverte par Huygens qui cherchait à construire une horloge marine : en obligeant l'extrémité du pendule à suivre un arc de cycloïde, la période d'oscillation est la même quelle que soit l'amplitude.

C'est pourquoi la cycloïde est aussi dite **tautochrone** (du grec *tautos*, le même).

L'aire sous une arche de cycloïde

En comparant le poids du disque et de l'arche découpés dans le même matériau, Galilée trouva l'aire de l'arche environ 3 fois plus grande que celle du disque qui l'a engendrée. Ne croyant pas à un résultat si simple, il conjectura que le rapport des deux aires était Pi.

Pourtant Roberval, aux environs de 1634, prouva que le rapport entre les deux aires était bien 3 en utilisant le tout nouveau **principe de Cavalieri** : deux surfaces qui sont de même largeur à toute hauteur ont la même aire.

